

量子力学I 演習問題

担当 栗本 (krmt@sci.u-toyama.ac.jp)

原子構造

1. 2粒子の場合で重心座標 \vec{R} と相対座標 \vec{r} を導入した場合で以下を示せ.

$$\nabla_1 = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} \nabla_R + \nabla_r, \quad \nabla_2 = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \nabla_R - \nabla_r$$
$$\frac{1}{m_1} \Delta_1 + \frac{1}{m_2} \Delta_2 = \frac{1}{M} \Delta_R + \frac{1}{\mu} \Delta_r$$

2. 一次元で, 質量 m_1 と m_2 の粒子がバネ定数 k のバネで接続されている系で, 相対運動の古典力学と量子力学を論ぜよ.
3. 水素原子の場合で, 電子の換算質量が実際の電子の質量から何%ずれるかを求めよ.
4. エネルギーが $E = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ で与えられる 1次元調和振動子が N 個ある. 調和振動子どうしの間には相互作用が働かないとして, 系全体のエネルギーが $\hbar\omega(M + \frac{N}{2})$ (M は N より大きい整数) となる場合の数を, 以下のそれぞれの場合につき求めよ.
- (a) 調和振動子どうしの区別がつく場合
- (b) 調和振動子どうしの区別ができない場合
5. 同種粒子を考え, 1つの粒子についての波動関数が $\phi_n(x_1)$ (n は量子数) で与えられるとする. 系全体の波動関数が

$$\phi_{n_1}(x_1)\phi_{n_2}(x_2)\cdots\phi_{n_N}(x_N)$$

といった個々の粒子の波動関数の積, およびその線形結合で与えられる場合

- (a) $N = 2$ でボーズ粒子の場合の系全体の波動関数を書け
- (b) $N = 2$ でフェルミ粒子の場合の系全体の波動関数を書け
- (c) $N = 3$ でボーズ粒子の場合の系全体の波動関数を書け
- (d) $N = 3$ でフェルミ粒子の場合の系全体の波動関数を書け
6. 以下の粒子がボーズ粒子かフェルミ粒子かを, 理由をつけて答えよ.
- (a) 水素原子
- (b) 重陽子 (陽子 1 個と中性子 1 個が結びついている)
- (c) 3重陽子 (陽子 1 個と中性子 2 個が結びついている)
7. 原子番号 12(Mg) から 17(Cl) まで元素の電子状態を記せ.
8. もし電子がボーズ粒子なら様々な元素の性質はどうか論ぜよ.