量子力学I 演習問題

担当 栗本 (krmt@sci.u-toyama.ac.jp)

波動関数

1. ある粒子の波動関数を Ψ として，$\int |\Psi(r,t)|^2$ の値が時間と共に変化するならば，それは物理的に何を意味するかを考察せよ．

2. 体積 V の領域内に閉じこめられた粒子の波動関数が $Ae^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}}$ で与えられる時，規格化条件から A の値を決めよ．

3. 1次元だけで考える．粒子の波動関数が $Ae^{-(k/2)(x-c)^2}$ (A, $k>0$, c は実数の定数) で与えられている時，
   (a) 規格化条件から A を求めよ．
   (b) x の期待値を求めよ．
   (c) $(x-c)^2$ の期待値を求めよ．
   (d) 運動量 $p=-i\hbar\dfrac{d}{dx}$ の期待値を求めよ．
   (e) 上で求めた運動量の期待値を p_0 とするとき，$(p-p_0)^2$ の期待値を求めよ．

4. 3次元の球座標で，波動関数が $Ne^{-r/a}$ の場合，
   (a) 規格化条件から N を求めよ．
   (b) r の期待値を求めよ．
   (c) 粒子が $r \le a$ に存在する確率を求めよ．

5. 波動関数へ演算する演算子として $\vec{r}\times\vec{p}$ と $-\vec{p}\times\vec{r}$ との差を，実際にそれぞれを $\vec{r}$ の関数 $\Psi(\vec{r})$ にかけることによって調べよ．

6. (物理数学の復習)
   ディラックの δ 関数に関する以下の性質が成立することを，関係式の両辺に任意の関数 $f(x)$ をかけて $x=-\infty\to\infty$ の区間で積分し，その結果が両辺で等しくなることから示せ．

   a) $\delta(x)=\delta(-x)$　　b) $x\delta(x)=0$
   c) $\delta(ax)=\dfrac{1}{|a|}\delta(x)$ (a は0でない実数定数)　　d) $x\delta'(x)+\delta(x)=0$