

量子力学I 演習問題

担当 栗本 (krmt@sci.u-toyama.ac.jp)

世界観のシフト

以下では必要ならばプランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ [J·s] を用いよ. その他の定数は適当な資料を用いて調べよ.

1. 日常の我々の常識が別の場所や環境では通用しない例を可能なかぎり述べよ. (自然科学に限らなくてよい.)
2. 赤外線電気ヒーターに長時間あたっていても日焼けしないが, 紫外線を含む日光にあたると比較的短時間でも日焼けする. この理由を光量子仮説に基づいて考察せよ.
3. あるレーザーポインターからは波長 650 nm の光が 1mW の出力で放出される. このレーザーポインターから 1 秒間に放出される光量子の数を求めよ. また, このレーザー光を真正面から浴び, それを全て吸収しているときに受ける力の大きさを求めよ.
4. プランク定数の単位が角運動量の単位と等しいことを確かめよ.
5. 水素原子の場合で, $n = 1$ で指定される軌道にある電子のエネルギーと軌道半径を求めよ.
6. 古典物理学に従って電子が水素原子核のまわりを回転運動しているとす. 原子核から半径 r の位置にあるときの電子のエネルギー E は, 授業ノートで示したように位置エネルギーの半分になって $E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$ である. 一方, 加速度運動する電荷は電磁波の放出によってエネルギーを失い, エネルギーの単位時間あたりの変化量 $\frac{dE}{dt}$ は古典電磁気学に基づいて計算すると以下で与えられる.

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r^2} \right)^2$$

これから r と時間 t についての微分方程式を立て, それを解いて時刻 $t = 0$ に $r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m}$ にいた電子が原子核 ($r = 0$) に落ち込むまでの時間を求めよ.

7. 1 KeV のエネルギーを持つ電子の物質波の波長を求めよ.
8. 体重 60 kg の人間が速さ 1 m/s で歩いているときの物質波の波長を求めよ.
9. 静止している電子 (質量 m) に波長 λ の X 線を照射した. 入射方向に対して角度 θ の方向に散乱された X 線の波長を λ' とするとき, $\lambda' - \lambda$ を m と θ の関数として表せ. ただし, 運動量 p で運動している電子のエネルギーには相対論的な表式 $\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$ を用いること.

