

物理学演習 B [発展コース] 問題

担当 栗本 (krmt@sci.u-toyama.ac.jp)

熱力学関数, 気体分子運動論

1. 以下の文中の空白を埋めよ

熱力学第二法則は, 考えている系に外部の系も含めてエントロピーが することを示している. 系のエントロピーを S , 外部の系のエントロピーを S_{out} とすると, 微小変化で

$$dS + dS_{out} \geq 0.$$

第一法則から $dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - pdV$. このとき外部は の熱量の変化があるので $dS_{out} =$. よって

$$\text{} \geq 0$$

これが成立する方向に変化は進み, どの量に注目するかによってその変化を特徴づける関数 (熱力学関数) がわかる.

注目する量	条件式	熱力学関数
V, U	$dS \geq 0$	$S(V, U)$
V, T	$d(S - \frac{U}{T}) \geq 0 \rightarrow d(U - TS) \leq 0$	$F(V, T) = U - TS$
p, T	$d(S - \frac{U + pV}{T}) \geq 0 \rightarrow d(U - TS + pV) \leq 0$	$G(p, T) = U - TS + pV$

では, これらの熱力学関数が極値をとる.

2. 以下の関係式を示せ

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V &= \frac{1}{T} & \text{(b)} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U &= \frac{p}{T} & \text{(c)} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T &= -p \\ \text{(d)} \quad -T^2 \left(\frac{\partial(F/T)}{\partial T}\right)_V &= U & \text{(e)} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T &= V & \text{(f)} \quad -T^2 \left(\frac{\partial(G/T)}{\partial T}\right)_p &= U + pV \end{aligned}$$

3. 系に粒子1つを加えるのに必要なエネルギーを化学ポテンシャルとよぶ. 粒子数の変化を考慮する場合は 内部エネルギー U の微小変化 dU に μdN (dN は粒子数の変化) を加える. このとき, エントロピーの微小変化 dS には $-\mu dN/T$ が加わることを示せ.

4. 分子運動論より理想気体の状態方程式を導け.

5. 分子運動論より光子気体の場合, 圧力 P と内部エネルギー密度 u の間に $P = \frac{1}{3}u$ が成立することを導け. ただし, 光子の運動量 p とエネルギー E の関係は $E = cp$ (c は光速) で与えられる.

6. 光子気体での断熱膨張では $PV^{4/3} = (\text{一定})$ が成立することを示せ.